

Designação de Corredores em Percursos de uma Corrida de Revezamento

CPGEI - Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial

Aluno: **Omero Francisco Bertol** (omero@utfpr.edu.br)

Orientador: **Prof. Percy Nohama** (nohama@utfpr.edu.br)

Resumo

A Pesquisa Operacional é um ramo interdisciplinar da matemática aplicada que objetiva fornecer ferramentas quantitativas como forma de apoiar o processo de tomada de decisões. A Programação Linear Inteira Mista, no campo da Programação Matemática, é uma subárea da Pesquisa Operacional que abrange a análise de sistemas complexos do mundo real, tipicamente na busca de uma alocação ótima dos recursos envolvidos para melhorar ou aperfeiçoar o desempenho para atingir um objetivo. Este trabalho apresenta a implementação da solução de um problema de Programação Linear Inteira Mista, que tem o objetivo de designar corredores em percursos de uma corrida de revezamento, usando o ambiente de modelagem GUSEK.

Palavras-chave: Pesquisa Operacional, Programação Matemática, Programação Linear Inteira Mista, GUSEK.

Introdução

A Pesquisa Operacional (PO) é um ramo interdisciplinar da matemática aplicada que faz uso de modelos matemáticos, estatísticos e de algoritmos, fornecendo ferramentas quantitativas como forma de apoiar o processo de tomada de decisões. [MAGATÃO 2013].

Na PO a subárea denominada Programação Matemática emprega “símbolos matemáticos” na construção de modelos para, a partir da idealização da realidade, representar as variáveis do sistema real [PUCCINI & PIZZOLATO 1990].

Os modelos de Programação Matemática podem ser entendidos como um conjunto de equações, inequações e dependências lógicas que correspondem a relacionamentos apresentados por estruturas reais [MAGATÃO 2013].

Em um modelo matemático, são incluídos três conjuntos principais de elementos [LISBOA 2013; MAGATÃO 2013]:

- 1) **Variáveis de decisão e parâmetros:** as variáveis de decisão são as incógnitas a serem determinadas pela solução do modelo e os parâmetros são valores fixos do problema (dados de entrada);
- 2) **Restrições:** de modo a levar em conta as limitações físicas do sistema, o modelo deve incluir restrições que limitam os valores possíveis (ou viáveis) das variáveis;
- 3) **Função objetivo:** é uma função matemática que define a qualidade da solução em função das variáveis de decisão empregadas. Engloba considerações de “maximização” de lucros ou “minimização” de custos, por exemplo..

Metodologia

A Corrida de Revezamento das Nascentes do Iguaçu, organizada pela Secretaria do Esporte, Laser e Juventude da Prefeitura de Curitiba/PR, trata-se de uma corrida de revezamento a pé, com distância de 108 km, divididos em 12 percursos que deverão ser realizados por uma equipe com no máximo 12 corredores. [SMELJ 2013]

No problema para designação de corredores em percursos de uma corrida de revezamento, as variáveis de decisão devem indicar se o corredor vai realizar ou não um determinado percurso (variáveis binárias). Os parâmetros fornecidos são o número de percursos na corrida, o número de corredores por equipe e os tempos médios de cada corredor em cada um dos percursos. A primeira restrição deve garantir que cada corredor deverá realizar uma quantidade de percursos proporcional ao número de corredores da equipe (número de percursos dividido pelo número de corredores). A segunda restrição trabalha com a limitação de que cada percurso deverá ser realizado por um e somente um corredor. A função objetivo será o somatório dos tempos dos corredores em seus respectivos percursos determinando o “menor tempo de conclusão da prova”.

Na elaboração do modelo para abordar este cenário foi necessário levantar o desempenho dos componentes da equipe do revezamento em cada um dos percursos da corrida. Para realizar o levantamento, 12 corredores foram pré-selecionados e cada corredor respondeu um formulário web [DADOS 2013]. No formulário cada percurso era apresentado com a distância e a altimetria do terreno e o corredor, a partir da análise destes dados, deveria indicar o tempo médio previsto para conclusão do respectivo percurso.

Resultados

O ambiente de modelagem GUSEK foi utilizado na implementação do modelo matemático desenvolvido para designar corredores em percursos de uma corrida de revezamento. [GUSEK 2013].

Os principais comandos usados no GUSEK para implementar a solução do modelo matemático proposto, apresentado no Quadro 1, foram: a) *var*: declaração das variáveis de decisão; b) *param*: declaração de parâmetros de entrada; c) *set*: declaração dos intervalos dos índices; d) *subject to*: declaração das restrições; e) *minimize*: minimizar o valor da função objetivo; f) *solve*: executar o modelo; g) *for*: estrutura de repetição; h) *if*: estrutura de decisão; i) *printf*: apresentar resultados no dispositivo de saída; e, j) *end*: finalizar o modelo.

A execução da solução implementada, apresentada na Figura 1, mostra os resultados divididos em três partes: **[A]** parâmetros de entrada retirados das respostas ao formulário web [DADOS 2013], os tempos dos corredores *versus* percursos foram informados em segundos; **[B]** tempo do corredor no seu respectivo percurso; e, **[C]** menor tempo de conclusão da prova calculado em horas, minutos e segundos.

Quadro 1. Implementação do modelo matemático no GUSEK.

```

param no: "numero de corredores", Integer;
param np: "numero de percursos", Integer;
set I: "indices corredores" = 1..no;
set J: "indices percursos" = 1..np;

# Índice se o corredor vai realizar o percurso ou não
# op[i,j] = 0: i-ésimo corredor "não" vai realizar o j-ésimo percurso
# op[i,j] = 1: i-ésimo corredor "sim", vai realizar o j-ésimo percurso
var op: "corredores versus percursos" (i in I, j in J) binary;

# Tempo dos Corredores versus Percursos
# tp[i,j] - tempo do i-ésimo corredor no j-ésimo percurso
param tp: "tempo corredor versus percursos" (i in I, j in J);

# Função Objetivo
# minimizando a soma dos tempos (corredores versus percursos)
minimize z: sum (i in I, j in J) ( tp[i,j] * op[i,j] );

# Cada Corredor realiza (no de percursos/no de corredores) Percursos
subject to CorredorPercursos (i in I: sum (j in J) op[i,j] = (np div no));

# Cada Percursos é realizado por um e somente um Corredor
subject to PercursosCorredor (j in J: sum (i in I) op[i,j] = 1);

solve;
printf "\n";
printf "Cor: 1..2..3..4..5..6..7..8..9..10..11..12\n";
printf "-----\n";
for (i in I) {
    printf "%3d", i;
    for (j in J) {
        printf "%4d", tp[i,j];
        printf "\n";
    }
    printf "-----\n";
}
printf "-----\n";
printf "P B O R S O S\n";
printf "Cor: 1..2..3..4..5..6..7..8..9..10..11..12\n";
printf "-----\n";
for (i in I) {
    printf "%3d", i;
    for (j in J) {
        printf "%4d", if (op[i,j] = 1) then tp[i,j] else "...";
        printf "\n";
    }
    printf "-----\n";
}
printf "\nTempo de Conclusão da Prova:\n";
# converte o tempo total (s) em horas (h), minutos (m) e segundos (s)
printf "%2.0f horas\n", (z div 3600);
printf "%2.0f minutos\n", (z mod 3600) div 60;
printf "%2.0f segundos\n", (z mod 3600) mod 60;
end;

```

INTEGER OPTIMAL SOLUTION FOUND
Time used: 0.0 secs
Memory used: 0.3 Mb (294771 bytes)

[A]

COP	1..	2..	3..	4..	5..	6..	7..	8..	9..	10..	11..	12..
11	2495	3375	2700	4200	2700	3000	2640	3120	4971	3000	3980	2340
22	2580	3720	3300	4620	3180	3900	3360	3900	6300	3900	2400	3000
33	2400	3600	3000	4200	3000	3120	3000	3600	5400	3600	2100	2100
44	2400	3000	3000	3600	2700	2700	2520	2880	4440	2880	1800	2100
55	2400	3600	4200	3900	2700	3000	3000	3120	5280	3300	2340	2520
66	1920	2700	2460	4140	3000	3565	2465	2580	4453	2663	1623	1865
77	2280	2460	2400	3840	2040	2340	2040	2340	3960	2640	1560	1800
88	2160	3120	2640	3900	2700	3000	2580	3000	4320	3000	1920	2100
99	2380	3360	2700	4500	2700	2760	2640	3360	5400	3420	2100	2220
1010	1945	2980	2065	3660	2215	2670	2050	2650	4440	2540	1700	1940
1111	1502	2196	1792	2714	1740	1924	1740	2100	3384	2200	1320	1440
1212	1700	2400	2000	3100	2150	2150	2050	2350	3700	2500	1550	1650

[B]

COP	1..	2..	3..	4..	5..	6..	7..	8..	9..	10..	11..	12..
11
22
33
44
55
66
77
88
99
1010
1111
1212

Tempo de Conclusão da Prova:
8 horas
37 minutos
19 segundos

[C]

Model has been successfully processed

Figura 1- Resultado da execução do modelo matemático implementado no GUSEK.

Conclusões

O presente trabalho destaca a importância da Pesquisa Operacional (PO) como ramo interdisciplinar da matemática aplicada que faz uso de modelos matemáticos e algoritmos fornecendo ferramentas quantitativas como forma de apoiar o processo de tomada de decisões.

Particular atenção foi dada à Programação Linear Inteira Mista (PLIM), uma das técnicas de sucesso da PO, que utiliza um conjunto de equações/inequações para representar relacionamentos de estruturas reais. Em um modelo matemático de PLIM, são incluídos três conjuntos principais de elementos: (i) as variáveis de decisão e parâmetros; (ii) um conjunto de restrições; e, (iii) uma função objetivo, ou função de avaliação do sistema.

Um problema para designação de corredores em percursos de uma corrida de revezamento foi apresentado, bem como a sua modelagem em PLIM. Adicionalmente, destacou-se o uso do GUSEK, um *software* livre destinado à modelagem e resolução de modelos de PLIM. Assim, foi apresentada a implementação no ambiente GUSEK do estudo de caso proposto (Quadro 1), evidenciando-se a forma ótima de alocação dos corredores, conforme Figura 1.

Referências

DADOS (2013) “Formulário Web usado no levantamento dos tempos dos corredores versus percursos”, https://docs.google.com/forms/d/1Rm5ZVuzgHV79LHS5xT_F9zqghV8v_zD4JzqRlpha9fM/viewform, Agosto.

GUSEK (2013) “Página Oficial do Ambiente de Modelagem GUSEK”, http://gusek.sourceforge.net/gusek_ptbr.html, Junho.

LISBOA, E. F. A. (2013) “Pesquisa Operacional. Apostila da disciplina”, <http://www.ericolisboa.eng.br/cursos/apostilas/po/index.htm>, Junho.

MAGATÃO, L. (2013) “Otimização de Sistemas. Notas de aulas da disciplina”, <http://pessoal.utfpr.edu.br/magatao/osi/>, Junho.

PUCCINI, A. L.; PIZZOLATO, N. D. (1990) “Programação Linear”, 2ª Ed. Livros Técnicos, Rio de Janeiro-RJ.

SMELJ (2013) “Secretaria do Esporte, Lazer e Juventude da Prefeitura de Curitiba/PR”, <http://www.curitiba.pr.gov.br/conteudo/equipe-smelj-secretaria-municipal-do-esporte-lazer-e-juventude/110>, Agosto.

Agradecimentos

Prof. Leandro Magatão (Professor da Disciplina Otimização de Sistemas)
Eden Ricardo Dosciati (Doutorando do CPGEI)